a

Procenty

Pewnego wiosennego poranka pan Janusz ze smakiem kawy w ustach i leniwym nieładem we włosach wyrusza w stronę skrzynki pocztowej, oczekując listów od miłości sprzed lat. Niepewna, acz wprawna ręka wyciąga stertę papierów, wśród których przeważają prośby i groźby rodzaju „od czerwca podwyżka cen gazu o 30%”. Pocierając prawy pośladek, niewzruszony pan Janusz przegląda dalej. Jego uwagę przykuwa ulotka hipermarketu „Bułka – stać nawet Ciebie!” niosąca światu nowinę „Tylko dzisiaj! Parówki babuni tańsze o 60%”. Czując przyspieszone bicie serca, pan Janusz kumuluje w sobie gotowość do podjęcia walki o przecenione parówki. Ciska stertą ulotek i czym prędzej wskakuje na rower.

Tanie parówki

Intuicje

Stoczywszy zacięty bój z panią Krystyną o pierwszeństwo w kolejce do mięsnego, pan Janusz zaopatruje się w dwa kilogramy parówek babuni. Kierując się roztropnością i poradami matki, uważnie czyta skład zakupionych kiełbasek: „Woda: 40%, Skóry wieprzowe: 30%, Seler: 10%, Konserwanty: 10%, Mięso drobiowe: 4%, Skrobia ziemniaczana: 4%, Gorczyca: 1%, Polepszacze smaku: 1%”[[1]](#footnote-1). Zadowolony z dobrego zakupu kieruje się do kasy.

Z procentami spotykamy się prawie na co dzień. Właściwie są one niczym więcej niż innym sposobem na zapisanie ułamków dziesiętnych. Symbol % oznajmia, że mamy do czynienia z ułamkiem o mianowniku 100 (z łac. „pro centum” – dla stu). Konwersja procentów na ułamki zwykłe i dziesiętne jest bardzo prosta:

Matematyka doskonale mogłaby się obyć bez procentów. Jednak nie hipermarkety, banki, przedsiębiorstwa. Procenty stosujemy z prostego powodu: dobrze działają na wyobraźnię. Najczęściej procentów używamy do opisania „części czegoś”. Dość łatwo sobie uzmysłowić, że 100% odpowiada pełni, jedności, a pomniejsze procenty to coraz mniejsze fragmenty całości. Gdy widzimy informację, że 40% parówki[[2]](#footnote-2) stanowi woda, mamy dość dobre wyobrażenie, jak bardzo… ciekła… jest ta parówka.

* Pan Janusz zahacza o alejkę z kosmetykami i higieną. Etykieta na dezodorancie „Unholy Man Species” głosi, że produkt jest polecany przez 90% mężczyzn. Oznacza to, że gdy wybierzemy losowych 10 mężczyzn, 9 spośród nich powinno wypowiedzieć się przychylnie na temat dezodorantu. Pan Janusz nie przypomina sobie, by ktokolwiek pytał go o zdanie na ten temat.
* W mleku 3,2% tłuszcz stanowi 0,032 całej masy mleka. Michaś patrzy na mleko 3,2% niechętnie. Preferuje śmietankę 30%.
* Batonik „Banana Ecstasy” ma nałożony podatek VAT w wysokości 23%. Oznacza to, że gdy płacimy za kupowany batonik, tej kwoty jest odprowadzane[[3]](#footnote-3) do skarbu państwa.

Procent liczby

Intuicje

Zakładając, że pan Janusz zje zakupione 2 kg parówek, w których składzie mięso drobiowe stanowi 4%, to ile mięsa drobiowego pan Janusz spożyje?

Pytanie, które sobie zadajemy, brzmi „Ile to jest 4% z 2 kg?”. Obliczanie procentu liczby jest tym samym, co obliczanie ułamka liczby. Odpowiedź daje proste mnożenie

Podobnie, moglibyśmy zapytać

Jeśli w dwóch kilogramach parówek mieści się 80 g mięsa, to ile procent składu stanowi mięso?

Wtedy obliczylibyśmy

Wykonując różne operacje na procentach nie zapominajmy, że symbol % ma takie samo znaczenie jak ułamek . Użycie procentu to po prostu wstydliwy sposób zapisu ułamka.

* Dumny z udanego zakupu, pan Janusz udaje się z parówkami w torebce foliowej do eleganckiej restauracji włoskiej, by świętować dobrze dokonaną oszczędność. Zamawia spaghetti i butelkę 0,75 l wina Château de Camensac zawierającego 13% alkoholu[[4]](#footnote-4). Wypicie całej butelki zapewnia panu Januszowi niezapomniane doznania oraz alkoholu w organizmie.
* Jadąc do domu na rowerze, pan Janusz spostrzega, że droga jest wyjątkowo długa, kręta i wyboista. W trosce o komfort jazdy pana Janusza, policjant z drogówki rozporządza test alkomatem. Załóżmy, że w ciele pana Janusza znalazło się 0,09 kg alkoholu. Płyny limfatyczne stanowią 70% masy ciała, czyli szacując po sylwetce ważą Januszowskie płyny limfatyczne. W takim razie ile jest procent alkoholu we krwi Janusza? Niezawodne narzędzie oznajmia zawartość alkoholu. Przejażdżka zapewne[[5]](#footnote-5) skończy się w tym miejscu.

Procenty dobrze służą do wyrażania ułamków rzędu jednej setnej. Wtedy przed znakiem % będzie stała liczba naturalna. Gdy schodzimy na rząd jednej tysięcznej, do użytku wchodzą *promile* wyrażane symbolem . Powszechnie mówi się, że pan Janusz ma alkoholu we krwi[[6]](#footnote-6), nie zaś .

Spójrzmy na procenty od jeszcze innej strony

Jeśli pan Janusz jedzie radiowozem już piętnaście minut i znajduje się w 20% drogi na komisariat, to ile czasu będzie trwała cała podróż?

Aby sprostać temu trudnemu problemowi, zastanawiamy się najpierw „ile razy większy jest pełen okres czasu od podanego fragmentu?”. Stwierdzamy, że 100% jest 5 razy większe niż 20%. Cała podróż będzie więc trwała 5 razy dłużej niż 15 minut, co daje godzinę i piętnaście minut. To będzie długa przejażdżka.

Aby obliczyć wartość całej liczby, gdy znamy jakiś jej procent, musimy wykonać dzielenie:

* Ile wynosi 13% liczby 58?
* Jakim procentem liczby 60 jest liczba 27?
* 18 stanowi 24% pewnej liczby. Jakiej?

Podwyżki i obniżki

Intuicje

Przecena parówek o 60% to nie przelewki. Jeśli cena została obniżona o 60%, to znaczy, że 60% pierwotnej ceny zostało skasowane. Jeśli przed przeceną kilogram parówek kosztował 15 zł, to po przecenie będzie to jedynie 6 zł, czyli o 9 zł mniej (jako że 9 zł to 60% z 15 zł).

40%

60%

Podobnie, jeśli cena towaru idącego po 40 zł zostanie podniesiona o 30%, to znaczy, że 30% pierwotnej ceny zostanie dodane – nowa cena będzie wynosić 52 zł.

100%

30%

* Rogale piekarza Bogdana sprzedawały się po 3,20 zł. Bogdan kocha swoje rogale i doszedł do wniosku, że są warte znacznie więcej – podniósł cenę o 25%.

Widząc smutne twarze rozczarowanych dzieci, Bogdan umiłował się. Obniżył cenę o 25%.

Ku swemu zdziwieniu, Bogdan po obniżce nie otrzymał tej samej ceny, co na początku. Obniżka o 25% poprzedzona przez podwyżkę o 25% w rezultacie obniża cenę.

* Krzyś postanowił sprzedać swoje biurko, by wymienić je na dłuższe. Przepełniony optymizmem ustanowił cenę 600 zł. Po miesiącu uatrakcyjnił ofertę, obniżając cenę o 50% do 300 zł. Kolejny miesiąc napełnił Krzysia rezygnacją – znów obniżył cenę o 50% do 150 zł. Biurko sprzedało się dopiero po kolejnej obniżce o 50%. 75 zł zabolało dumę Krzysia. Taki sam efekt osiągnąłby, obniżając cenę od razu o 87,5%.

Warsztat

Gdy chcemy obliczyć wartość ceny po podwyżce lub obniżce, możemy wykonać to na dwa sposoby:

* Do początkowej ceny dodać (lub odjąć) odpowiedni jej procent
* Początkową cenę pomnożyć przez odpowiedni ułamek

Obydwie operacje są sobie równoważne i sprowadzają się do wykonania tych samych rachunków, jednak w drugiej metodzie zapis jest trochę przejrzystszy i znacznie wygodniejszy, gdy łączymy ze sobą wiele przecen i podwyżek. Następujące po sobie: podwyżkę o 25% i obniżkę o 25% ceny 3,20 zł możemy zapisać w jednej linijce:

Co więcej, ponieważ mnożenie jest łączne:

Widzimy teraz, że działania piekarza Bogdana były równoważne jednorazowej obniżce o 6,25%.

Intuicje

Czasami interesuje nas zagadnienie odwrotne do obliczania podwyżki o dany procent: „O ile procent większa jest jedna liczba od drugiej?” Początkowo pączek różany u Bogdana kosztował 2 zł, a teraz kosztuje 2,25 zł. Podejrzliwe dzieci chcą wiedzieć, jak bardzo Bogdan z nich zdziera. Chcą więc się dowiedzieć [[7]](#footnote-7)„o ile procent podwyższono cenę 2 zł, skoro wyszło 2,25 zł ?”. Nowa cena jest o 0,25 zł większa od pierwotnej. Wystarczy obliczyć, jaką część początkowej ceny stanowi 0,25 zł:

Prawda jest brutalna: Bogdan podniósł cenę o 12,5%. Na tej samej zasadzie możemy się zastanawiać, o ile procent jedna liczba jest mniejsza od drugiej. Pani Krystyna ważyła 72 kg. Od kiedy postanowiła wziąć udział w konkursie na top modelkę, schudła do 64 kg. O ile procent mniej waży? Różnica wag wynosi , czyli początkowej wagi. Pani Krystyna zrzuciła ponad jedną dziesiątą masy ciała.

Punkty procentowe

Intuicje

Wyobraźmy sobie taką sytuację: W mieście Gotham pojawia się Joker. Współczynnik przestępczości wzrasta do 35%, co oznacza, że statystycznie 35 na 100 mieszkańców miasta popełnia zbrodnie. Wtedy do miasta przybywa Batman i zaprowadza porządek, by zwrócić obywatelom spokojny sen. Przegrana Jokera wstrząsnęła kryminalnym półświatkiem i w rezultacie przestępczość spadła do 14%. Do miasta Gotham przybywa matematyk i pyta: o ile procent spadła przestępczość w wyniku działań Batmana? Sierżant James Gordon przedstawia matematykowi dane i odpowiada z dumą, że o 21%. Matematyk wyśmiewa go w twarz i opuszcza Gotham zdegustowany.

Zastanówmy się nad poprawną odpowiedzią. Przypuśćmy chwilowo, że miasto Gotham liczy 100 000 mieszkańców. Jeśli po przybyciu Jokera współczynnik przestępczości wynosił 35%, w mieście znajdowało się 35 000 przestępców. Gdy Batman posprzątał śmieci, w mieście pozostało 14 000 przestępców. O ile procent liczba 14 000 jest mniejsza od 35 000?

I oto fakty: przestępczość w mieście spadła o 60%.

Gdy napotykamy problem: „o ile procent mniejszy jest odsetek 14% niż odsetek 35%?”, procenty możemy potraktować jako zwykłe ułamki. Pytanie: „o ile procent mniejsza jest liczba 0,14 niż 0,35?” jest już znacznie bardziej zrozumiałe, choć wyraża ten sam dylemat.

Liczba, którą podał James Gordon, wyrażała tzw. *punkty procentowe*. Gdyby sierżant stwierdził, że współczynnik przestępczości spadł o 21 punktów procentowych, zasłużyłby na szacunek matematyka. Punkty procentowe służą właśnie do wyrażania różnicy pomiędzy dwoma wielkościami reprezentowanymi w postaci procentów.

* Chipsy „Lay’s Prosto z Pieca” reklamują się zawartością tłuszczu obniżoną o 70%. Jeśli w zwykłych chipsach zawartość tłuszczu wynosi 30%, to po obniżeniu zawartości tłuszczu o 70% będziemy mieli

Czyli Chipsy „Lay’s Prosto z Pieca” powinny zawierać 9% tłuszczu. Obniżka wynosi zatem 21 punktów procentowych.

* Wyobraźmy sobie kraj, w którym poziom bezrobocia jest wysoki[[8]](#footnote-8) i sięga 15%. Jeśli pewien szanowny polityk ogłosi, że obniży bezrobocie o 10%, to nie oczekujmy, że w wyniku będzie ono wynosiło 5%. Liczba o 10% mniejsza niż 15% to

czyli w najlepszym wypadku bezrobocie spadnie o 1,5 punktu procentowego.

1. Może zawierać śladowe ilości orzechów arachidowych [↑](#footnote-ref-1)
2. parówki pana Janusza [↑](#footnote-ref-2)
3. kradzione [↑](#footnote-ref-3)
4. Czy masz ukończone 18 lat? Tak – zrozumiałem, wkraczam / Nie – powrót do bezpieczeństwa [↑](#footnote-ref-4)
5. zależy od łapówki [↑](#footnote-ref-5)
6. Jak dobrze pójdzie, stanie się to polskim przysłowiem. [↑](#footnote-ref-6)
7. Ach ta dzisiejsza młodzież… [↑](#footnote-ref-7)
8. Raczej nie musimy mieć bujnej wyobraźni. [↑](#footnote-ref-8)